

BAB III. PERSAMAAN DAN FUNGSI KUADRAT

PERSAMAAN KUADRAT

Bentuk Umum:

$$ax^2 + bx + c = 0 ; a \neq 0$$

Pengertian:

$x = \alpha$ adalah akar-akar persamaan

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow a\alpha^2 + b\alpha + c = 0$$

Cara Menyelesaikan Persamaan Kuadrat:

1. Memfaktorkan:

$ax^2 + bx + c = 0$ diuraikan menjadi

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0 \text{ atau diubah menjadi}$$

$$\text{bentuk } \frac{1}{a}(ax + p)(ax + q)$$

dengan $p + q = b$ dan $pq = ac$

dengan demikian diperoleh

$$x_1 = -\frac{p}{a} \text{ dan } x_2 = -\frac{q}{a}$$

2. Melengkapkan kuadrat sempurna (mempunyai akar yang sama)

$$(x \pm p)^2 = x^2 \pm 2p + p^2$$

3. Menggunakan rumus abc

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Menentukan Jenis Akar-Akar Persamaan Kuadrat

Menggunakan Diskriminan (D)

$$D = b^2 - 4ac$$

1. $D > 0$

Kedua akar nyata dan berlainan ($x_1 \neq x_2$)

2. $D = 0$

Mempunyai akar yang sama ($x_1 = x_2$)

3. $D < 0$

akar tidak nyata

4. $D = k^2$; $k^2 =$ bilangan kuadrat sempurna
kedua akar rasional

Jumlah dan Hasil Kali Akar-Akar:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \text{ dan } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Rumus-rumus yang lain:

1. $x_1 - x_2 = \frac{\sqrt{D}}{a}$

2. $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$

3. $x_1^2 - x_2^2 = (x_1 - x_2)(x_1 + x_2)$

4. $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3(x_1x_2)(x_1 + x_2)$

5. $x_1^3 - x_2^3 = (x_1 - x_2)^3 - 3(x_1x_2)(x_1 - x_2)$

6. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1x_2}$

Menyusun Persamaan Kuadrat

Rumus Persamaan Kuadrat yang akar-akarnya x_1 dan x_2 adalah:

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0$$

FUNGSI KUADRAT

Bentuk Umum:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \text{ dengan } a \neq 0 \text{ dan } a, b, c \in \mathbb{R}$$

Menggambar Grafik Fungsi Kuadrat

1. Tentukan titik potong dengan sumbu x ($y = 0$)
2. Tentukan titik potong dengan sumbu y ($x = 0$)
3. Tentukan titik puncak/Ekstrim :
yaitu $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \right)$

4. a. Apabila $a > 0$ grafik terbuka ke atas

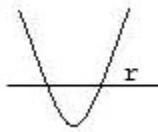


- b. Apabila $a < 0$ grafik terbuka ke bawah

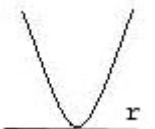


Kedudukan Garis r terhadap grafik fungsi kuadrat:

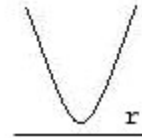
1. $D > 0$
Berpotongan di dua titik



2. $D = 0$
Menyinggung grafik (mempunyai satu titik potong)



3. $D < 0$
Garis tidak menyinggung dan memotong (terpisah)



Menentukan Persamaan Fungsi Kuadrat:

1. Jika diketahui titik puncak (x_p, y_p)
gunakan rumus: $y = a(x - x_p)^2 + y_p$
2. Jika diketahui titik potong dengan sumbu x ($y = 0$)
yakni $(x_1, 0)$ dan $(x_2, 0)$

$$\text{Gunakan rumus: } y = a(x - x_1)(x - x_2)$$

3. Jika yang diketahui selain poin 2 dan 3 maka
gunakan rumus : $y = ax^2 + bx + c$

Dari $y = ax^2 + bx + c$ diperoleh :

1. Penyebab ekstrim $x = -\frac{b}{2a}$
2. Nilai ekstrim $y_{eks} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$

$$y_{eks} = y_{\min} \text{ jika } a > 0$$

$$y_{eks} = y_{\max} \text{ jika } a < 0$$