BAB XXI.
TRANSFORMASI GEOMETRI

Transformasi digunakan untuk untuk memindahkan suatu titik atau bangun pada suatu bidang.
Transformasi geometri adalah bagian dari geometri yang membahas tentang perubahan (letak,bentuk , penyajian) yang didasarkan dengan gambar dan matriks.

Transformasi pada bidang terdiri dari 4 macam :
1. Pergeseran (Translasi)
2. Pencerminan (Refleksi)
3. Perputaran (Rotasi)
4. Perkalian (Dilatasi)

A. Pergeseran (Translasi)

Perpindahan titik-titik pada bidang dengan jarak dan arah tertentu yang diwakili oleh ruas garis berarah (vector) $\overrightarrow{AB}$ atau dengan suatu pasangan bilangan misal $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$.

Translasi T = $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ memetakan titik P(x_1,y_1) ke titik $P'(x_1 + a, y_1 + b)$ yang dinotasikan dengan :

$$T = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} : P(x_1,y_1) \rightarrow P'(x_1 + a, y_1 + b)$$

contoh:

Bayangan titik P(3,5) oleh translasi $\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ adalah …

jawab:

$$T = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} : P(3,5) \rightarrow P'(3 + (-2), 5 + 3)$$

Jadi bayangan titik P(3,5) oleh translasi T= $\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ adalah (1, 8)

B. Pencerminan (Refleksi)

Transformasi yang memindahkan titik-titik dengan menggunakan sifat bayangan oleh suatu cermin.

1. Pencerminan terhadap sumbu X
(dilambangkan dengan M_X)

$$M_x : P(x,y) \rightarrow P'(x', y') = P'(x, -y)$$

Persamaan matriksnya :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

2. Pencerminan terhadap sumbu Y
(dilambangkan dengan M_Y)

$$M_Y : P(x,y) \rightarrow P'(x', y') = P'(-x, y)$$

Persamaan matriksnya :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

3. Pencerminan terhadap titik asal O(0,0)
(dilambangkan dengan M_O)

$$M_O : P(x,y) \rightarrow P'(x', y') = P'(-x, -y)$$

Persamaan matriksnya :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

4. Pencerminan terhadap garis y = x
(dilambangkan dengan $M_{y=x}$)

$$M_{y=x} : P(x,y) \rightarrow P'(x', y') = P'(y, x)$$

Persamaan matriksnya :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

5. Pencerminan terhadap garis y = -x
   (dilambangkan dengan $M_{y=-x}$)

   $M_{y=-x}$: P(x,y) $\rightarrow$ $P'(x', y') = P'(-y, -x)$

   Persamaan matriksnya :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

6. Pencerminan terhadap garis x = h
   (dilambangkan dengan $M_{x=h}$)

   $M_{x=h}$: P(x,y) $\rightarrow$ $P'(x', y') = P'(2h - x,\ y)$

7. Pencerminan terhadap garis y = k
   (dilambangkan dengan $M_{y=k}$)

   $M_{y=k}$: P(x,y) $\rightarrow$ $P'(x', y') = P'(x,\ 2k - y)$

8. Pencerminan terhadap titik (a,b)
   (dilambangkan dengan $M_{(a,b)}$)

   $M_{(a,b)}$: P(x,y) $\rightarrow$ $P'(x', y') = P'(2a-x,\ 2b - y)$

Contoh:

1. Titik A(-2, 5) dicerminkan terhadap garis y = x, kordinat titik bayangan A adalah…

   Jawab:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.(-2) + & 1.5 \\ 1.(-2) + & 0.5 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

   Jadi titik bayangan A adalah $A' \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$

2. Bayangan garis y = 2x - 3 yang dicerminkan terhadap garis y = - x adalah..

   Jawab:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y \\ -x \end{pmatrix}$$

   $x' = -y \rightarrow x = -y'$
   $y' = -x \rightarrow y = -x'$

   substitusikan ke persamaan garis y = 2x – 3 menjadi:

   $-x' = 2(-y') - 3 \rightarrow 2y' = x' - 3$

   Jadi bayangannya adalah 2y = x -3

C. Perputaran (Rotasi)

Transformasi yang memindahkan titik-titik dengan memutar titik-titik tersebut sejauh θ terhadap suatu titik pusat rotasi.

Suatu rotasi dengan pusat P dan sudut rotasi θ dinotasikan dengan R (P, θ).

1. Rotasi terhadap titik pusat O(0,0)
   (dilambangkan dengan R(O, θ))

   Jika titik P(x,y) diputar sebesar θ belawanan arah jam Terhadap titik pusat O(0,0), maka diperoleh bayangan $P'(x', y')$.

   R(O, θ): P(x,y) $\rightarrow$ $P'(x', y') = P'(x\cos\theta - y\sin\theta,\ x\sin\theta + y\cos\theta)$

Persamaan matriknya:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Untuk $\theta = 90^0, -90^0, 180^0, 270^0, -270^0$ dengan memasukkan nilai θ tersebut didapat table sbb:

Rotasi	Bayangan	Matriks
R(O, 90^0)	(-y, x)	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
R(O, -90^0)	(y, -x)	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
R(O, 180^0)	(-x, -y)	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
R(O, 270^0)	(y, -x)	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
R(O, -270^0)	(-y, x)	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

2. Rotasi terhadap titik pusat P(a, b)
(dilambangkan dengan R(O, θ))

Jika suatu titik P (x,y) diputar sejauh θ berlawanan dengan arah jam terhadap titik pusat A(a,b) maka bayangannya adalah $P'(x', y')$ dengan

$$x' - a = (x - a)\cos\theta - (y-b)\sin\theta$$

$$y' - b = (x - a)\sin\theta + (y-b)\cos\theta$$

Persamaan matriknya:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Contoh soal:

1. Titik B(1,3) dirotasikan terhadap titik (0,0). Tentukan Bayangan titik B apabila titik B dirotasikan
a. sejauh 90^0 berlawanan arah dengan jarum jam
b. sejauh 90^0 searah jarum jam

Jawab:

a. $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

D. Perkalian atau Dilatasi

Transformasi yang mengubah jarak titik-titik dengan factor pengali tertentu terhadap suatu titik tertentu. Perkalian atau dilatasi ini ditentukan oleh factor skala (k) dan pusat dilatasi.

1. Dilatasi terhadap titik pusat O(0,0)

Pemetaannya:

$[O, k] : P(x,y) \rightarrow P'(kx, ky)$

persamaan matriksnya :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

2. Dilatasi terhadap titik pusat A(a,b)

Titik P(x,y) dilatasi terhadap titik pusat A (a,b) dengan factor skala k, didapat bayangan $P'(x', y')$ dengan:

$x' - a = k(x - a)$ dan $y' - b = k(y - b)$

Persamaan matriksnya :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Contoh:

1. Bayangan titik B(1,3) dilatasi terhadap titik pusat O(0,0) dengan factor skala 2 adalah:

Jawab:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

k = 2, x = 1 ; y = 3 masukkan ke dalam pers matriks:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

didapat :

$x' = 2$ dan $y' = 6$

Jadi bayangan titik B(1,3) dilatasi terhadap titik pusat O (0,0) dengan factor skala 2 adalah $B'(2,6)$

2. Bayangan titik B(-1,2) dilatasi terhadap titik pusat A(2,3) dengan factor skala $-\frac{1}{2}$ adalah:

jawab:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$k = -\frac{1}{2}$; x = -1 ; y = 2 ; a = 2 ; b ; 3

masukkan ke dalam persamaan matriks:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1-2 \\ 2-3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1/2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7/2 \\ 7/2 \end{pmatrix}$$

Jadi bayangan titik B(-1, 2) dilatasi terhadap titik pusat A(2,3) dengan skala $-\frac{1}{2}$ adalah $B'(7/2, 7/2)$

E. Transformasi oleh suatu Matriks.

Suatu titik A (x,y) ditransformasikan oleh matriks $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ menjadi $A'(x', y')$.

Hubungan di atas dapat dituliskan dalam persamaan matriks:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Contoh:

Hasil transformasi matriks $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ terhadap titik B(2, -3) adalah…

jawab:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -9 \end{pmatrix}$$

Jadi B' adalah (-8, -9)

F. Kompisisi Transformasi

Gabungan dari beberapa transformasi disebut dengan komposisi transformasi.

Transformasi T_1 dilanjutkan dengan transformasi T_2 terhadap suatu titik P (x,y) :

Dalam bentuk bagan urutan transformasi dapat diperlihatkan sbb:

$$P(x,y) \xrightarrow{T_1} P'(x', y') \xrightarrow{T_2} P''(x'', y'')$$

Pengerjaan transformasi ini dapat ditulis dengan:

$$T_2 \circ T_1 \; P(x,y) \xrightarrow{T_2 \circ T_1} P''(x'', y'')$$

1. Komposisi dua translasi

Jika translasi $T_1 \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ dan $T_2 \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$,

komposisi translasi T_1 dilanjutkan dengan T_2 dapat diwakili oleh translasi tunggal yang ditentukan oleh:

$$T_2 \circ T_1 = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+c \\ b+d \end{pmatrix}$$

sifat-sifat komposisi translasi

1. Untuk dua translasi berurutan berlaku
   $T_1 \circ T_2 = T_2 \circ T_1$ (komutatif)

2. Untuk tiga translasi berurutan berlaku
   $(T_1 \circ T_2) \circ T_3 = T_1 \circ (T_2 \circ T_3)$ (asosiatif)

contoh:

Titik B(2,4) ditranslasikan oleh $T_1 \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ kemudian dilanjutkan dengan $T_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, bayangan titik B adalah…

jawab:

$$T = T_2 \circ T_1 = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+c \\ b+d \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1+3 \\ 2+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 10 \end{pmatrix}$$

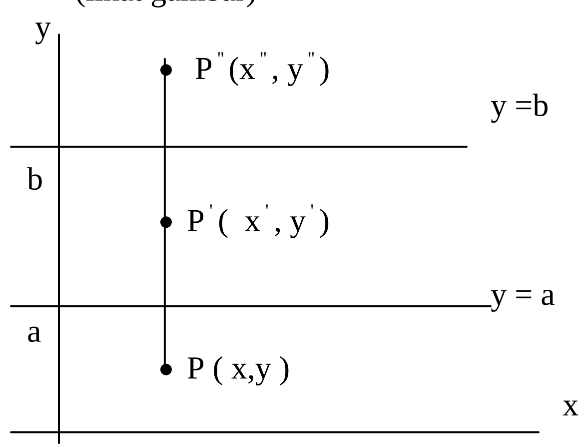
jadi bayangannya adalah (6,10)

2. Komposisi Refleksi

a . Komposisi dua refleksi terhadap sumbu-sumbu sejajar

1. Sejajar terhadap sumbu x

   Jika titik $P'(x', y')$ adalah hasil pencerminan terhadap garis y = a dan titik $P''(x'', y'')$ adalah hasil pencerminan titik $P'(x', y')$ terhadap garis y = b. (lihat gambar)



$$P(x,y) \xrightarrow{y=a} P'(x, 2a-y)$$

$$P'(x, 2a-y) \xrightarrow{y=b} P''(x, 2b-(2a-y))$$
$$P''(x, 2(b-a)+y)$$
$$P''(x, 2d+y)$$

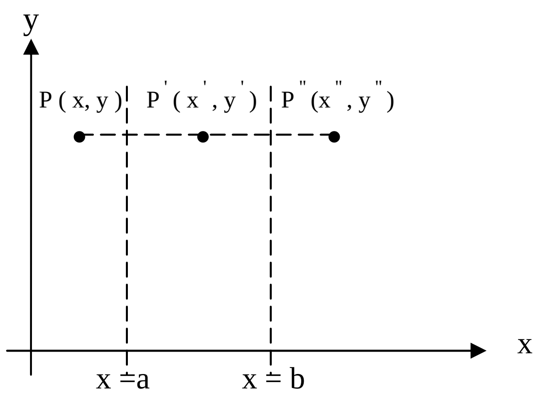
d = b – a → jarak antara dua sumbu yang sejajar

Jadi jika transformasi pencerminan terhadap garis y = a disebut dengan $M_{y=a}$ dan transformasi pencerminan terhadap garis y = b disebut dengan $M_{y=b}$, maka

$$P(x, y) \xrightarrow{M_{y=b} \circ M_{y=a}} P''(x, 2d + y)\ ;\ d = b - a$$

2. Sejajar terhadap sumbu y

   Jika titik $P'(x', y')$ adalah hasil pencerminan terhadap garis x = a dan titik $P''(x'', y'')$ adalah hasil pencerminan titik $P'(x', y')$ terhadap garis x = b (lihat gambar)



$$P(x,y) \xrightarrow{x = a} P'((2a-x), y)$$

$$P'(2a-x, y) \xrightarrow{x = b} P''(2b-(2a-x), y)$$
$$P''((2b-2a)+x, y)$$
$$P''((2(b-a)+x, y)$$
$$P''(2d + x, y)$$

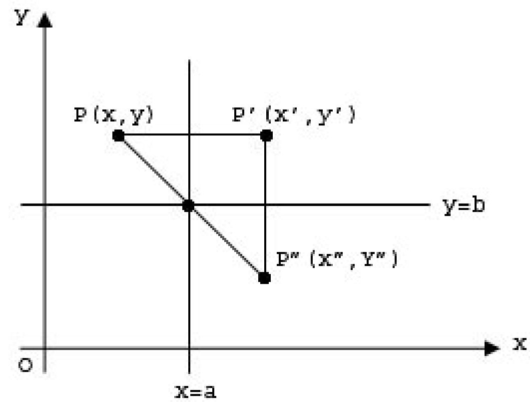
$d = b - a \rightarrow$ jarak antara dua sumbu yang sejajar

Jadi jika transformasi pencerminan terhadap garis x = a disebut dengan $M_{x=a}$ dan Transformasi pencerminan terhadap garis x = b disebut dengan $M_{x=b}$, maka

$$(x, y) \xrightarrow{M_{x=b} \circ M_{x=a}} P''(2d + x, y)\ ;\ d = b - a$$

b . Komposisi dua refleksi terhadap sumbu-sumbu saling tegak lurus

Jika titik $P'(x', y')$ adalah hasil pencerminan titik P (x, y) terhadap garis x = a dan titik $P''(x'', y'')$ adalah hasil pencerminan titik $P'(x', y')$ tehadap garis y=b.



Maka:

$$P(x,y) \xrightarrow{x = a} P'((2a-x), y)$$

$$P'(2a-x, y) \xrightarrow{y = b} P''(2a-x, 2b-y)$$

Jadi

$$P(x,y) \xrightarrow{M_{y=b} \circ M_{x=a}} P''(2a-x, 2b-y)$$

Pencerminan terhadap dua sumbu yang saling tegak lurus ekuivalen dengan rotasi pusat perpotongan dua sumbu dan sudut putar 180^0, ditulis sbb:

$$M_{y=b} \circ M_{x=a} = R((a,b), 180^0)$$

c . Komposisi dua refleksi terhadap sumbu-sumbu saling berpotongan

Pencerminan terhadap dua sumbu yang saling berpotongan akan menghasilkan rotasi yang bersifat:

1. Titik potong kedua sumbu pencerminan adalah pusat perputaran
2. Besar sudut putar adalah dua kali sudut antara kedua sumbu pencerminan
3. Arah perputaran sama dengan arah dari sumbu pertama ke sumbu kedua.

Pemetaannya dapat ditulis sbb:

$$M_2 \circ M_1 = R(T, 2\theta)$$

T = titik potong kedua sumbu
θ = sudut antara kedua sumbu

3. Komposisi Rotasi

Dua rotasi berurutan yang sepusat ekivalen dengan rotasi sejauh jumlah kedua sudut rotasinya terhadap pusat yang sama.

Jika $R_1 = R(0, \theta)$ dan $R_2 = R(0, \beta)$
maka:

$$R_2 \circ R_1 = R(0, (\theta + \beta))$$

Komposisi Transformasi dengan Matriks

Jika T_1 adalah transformasi yang bersesuaian dengan matriks $M_1 = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ dan T_2 adalah transformasi yang bersesuaian dengan matriks $M_2 = \begin{pmatrix} c & d \\ e & f \end{pmatrix}$ maka komposisi transformasi :

1. $T_2 \circ T_1$ adalah perkalian matriks $M_2 . M_1$

$$M_2 . M_1 = \begin{pmatrix} c & d \\ e & f \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

2. $T_1 \circ T_2$ adalah perkalian matriks $M_1 . M_2$

$$M_1 . M_2 = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c & d \\ e & f \end{pmatrix}$$

Luas daerah bangun hasil transformasi

Jika matriks transformasi $T = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ mentransformasikan bangun A menjadi bangun A', maka :

Luas Bangun A' = |det T | x Luas bangun A

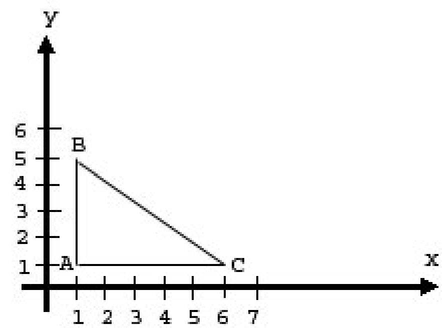
|det T | dinamakan factor perbesaran luas, merupakan nilai mutlak determinan matriks T.

| det T | = |ad – bc|

Contoh soal:

Diketahui segitiga ABC dengan koordinat A(1,1), B(1,5), C(6,1). Berapa luas bayangan segitiga ABC oleh transformasi yang bersesuaian dengan matriks $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$?

Jawab:



diketahui ΔABC :
Alas = AC = 5 ; tinggi = AB=4

Luas ΔABC = $\frac{1}{2}$ x alas x tinggi = $\frac{1}{2}$ x AC x AB

$= \frac{1}{2} . 5 . 4 = 10$ satuan luas

ΔABC ditransformasikan yang bersesuaian dengan matriks $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$.
Misal matriks ini adalah T, maka:

|det T | = |1 .2 – 3(-2) | = |2 + 6| = 8

Luas bayangan ΔABC = |det T | x Luas ΔABC

= 8 x 10
= 80 satuan luas

Tabel macam-macam Transformasi dan matriksnya :

No	Transformasi	Notasi	Matriks
1	Translasi $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$	$P(x_1, y_1) \rightarrow P'(x_1 + a, y_1 + b)$	$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$
2	Pencerminan terhadap sumbu X (Refleksi)	$P(x,y) \rightarrow P'(x, -y)$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
3	Pencerminan terhadap sumbu Y (Refleksi)	$P(x,y) \rightarrow P'(-x, y)$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
4	Pencerminan terhadap titik asal (0,0)	$P(x,y) \rightarrow P'(-x, -y)$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
5	Pencerminan terhadap garis y = x	$P(x,y) \rightarrow P'(y, x)$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
6	Pencerminan terhadap garis y = -x	$P(x,y) \rightarrow P'(-y, -x)$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
7	Pencerminan terhadap garis x = h	$P(x,y) \rightarrow P'(2h - x, y)$	
8	Pencerminan terhadap garis y = k	$P(x,y) \rightarrow P'(x, 2k - y)$	
9	Pencerminan terhadap titik (a,b)	$P(x,y) \rightarrow P'(2a - x, 2b - y)$	
10	Rotasi terhadap titik pusat O(0,0) →R(O, θ) berlawanan arah jam	$P(x,y) \rightarrow P'(x\cos\theta - y\sin\theta, x\sin\theta + y\cos\theta)$	$\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$
11	Rotasi terhadap titik pusat P(a, b) → R(O, θ) berlawanan dengan arah jam	$x' - a = (x - a)\cos\theta - (y - b)\sin\theta$ $y' - b = (x - a)\sin\theta + (y - b)\cos\theta$	$\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$
12	Dilatasi terhadap titik pusat O(0,0)	$[O, k] : P(x,y) \rightarrow P'(kx, ky)$	$\begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
13	Dilatasi terhadap titik pusat A(a,b)	$x' - a = k(x - a)$ $y' - b = k(y - b)$	$\begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

Rotasi	Bayangan	Matriks
$R(O, 90^0)$	(-y, x)	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
$R(O, -90^0)$	(y, -x)	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
$R(O, 180^0)$	(-x, -y)	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
$R(O, 270^0)$	(y, -x)	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
$R(O, -270^0)$	(-y, x)	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

* $T_2 \circ T_1$ → Transformasi T_1 dilanjutkan oleh T_2
Jika M_1 dan M_2 adalah matriks transformasi T_1 dan T_2 maka $T_2 \circ T_1$ adalah $M_2 \times M_1$